



**„POLTELEINFO”**  
**Ogólnopolska Olimpiada Liderów Telekomunikacji i Informatyki**  
**Rok szkolny 2023/2024**

**Zadania dla grupy telekomunikacyjnej na zawody II stopnia**

**Instrukcja dla uczestnika**

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. II stopień Olimpiady zawiera 6 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz z tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów do zdobycia za 6 zadań to 60 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, kalkulatorów i tablic matematycznych oraz rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu. Korzystanie z notebooków, tabletów, telefonów komórkowych, smartfonów, smartwatchy, kalkulatorów programowalnych, itp. jest zabronione.

**Życzymy powodzenia!**

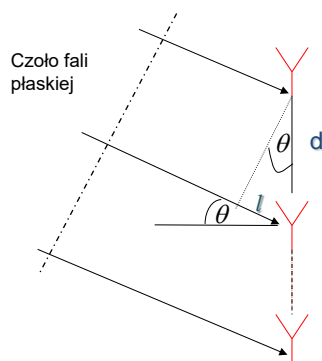
**Zadanie 1.**

Czoło wiązki sygnału radiowego o częstotliwości nośnej 10 GHz pada w strefie dalekiej na jednorzędowy szysk anten pod kątem  $15^\circ$ . Szysk anten cechuje się odstępem między poszczególnymi modułami antenowymi (promiennikami) wynoszącym  $\lambda/2$  (połowę długości fali nośnej).

Z jakim opóźnieniem dotrze czoło fali do sąsiedniej anteny w szysku oraz jakie w wyniku tego powstanie przesunięcie fazy? Proszę narysować prosty geometryczny schemat układu. Opóźnienie proszę podać w ps, zaś przesunięcie fazy w stopniach oraz radianach. Podane wyniki muszą być poprzedzone stosownymi obliczeniami.

**Przykładowe rozwiązanie:**

**Schemat układu:**



Rys.1. Geometryczny schemat układu.

**Dane:**

Częstotliwość radiowa sygnału:

$$f = 10 \text{ GHz}$$

Kąt padania wiązki sygnału radiowego:

$$\theta = 15^\circ$$

Odległość między modułami antenowymi:

$$d = \frac{\lambda}{2}$$

**Obliczenia:**

W celu wyznaczenia drogi opóźnienia  $l$  zastosujemy zależność trygonometryczną:

$$\sin \theta = \frac{l}{d} \Rightarrow l = d \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \sin \theta,$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow l = \frac{c}{2f} \sin \theta$$

Opóźnienie możemy wyliczyć z zależności na szybkość propagacji sygnału radiowego w wolnej przestrzeni:

$$c = \frac{l}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{l}{c} = \frac{\frac{c}{2f} \sin \theta}{c} = \frac{\sin \theta}{2f} = \frac{\sin(15^\circ)}{2 \cdot 10 \text{ GHz}} \cong 12,94 \text{ ps}$$

Przesunięcie fazy wyliczamy na podstawie proporcji drogi opóźnienia i długości fali sygnału radiowego:

$$\Delta \varphi(^{\circ}) = \frac{l}{\lambda} \cdot 360^{\circ} = \frac{\frac{c}{2f} \sin \theta}{\frac{c}{f}} \cdot 360^{\circ} = \frac{360^{\circ} \cdot \sin \theta}{2} = 180^{\circ} \sin(15^{\circ}) \cong 46,6^{\circ}$$

$$\Delta \varphi(\text{rad}) = \frac{l}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{\frac{c}{2f} \sin \theta}{\frac{c}{f}} \cdot 2\pi = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{2} = \pi \sin(15^{\circ}) \cong 0,813 \text{ rad}$$

**Odpowiedź:**

Przy padającej wiązce sygnału radiowego o ustalonych parametrach (w strefie dalekiej czoło fali jest płaskie) na sztyk anten pod kątem 15 stopni, opóźnienie sygnału docierającego do sąsiednich modułów antenowych wyniesie niecałe 13 ps, co spowoduje przesunięcie fazowe na wyjściowych portach tych anten wynoszące w przybliżeniu 46,6 stopni lub 0,813 radianów.

**Zadanie 2.**

W sieci światłowodowej pomiędzy wkładkami optycznymi utworzono pasywną ścieżkę optyczną o długości 150 km, która jest zbudowana z dwóch rodzajów światłowodów jednomodowych. Są to światłowody standardów ITU-T G.652 oraz ITU-T G.653. Pierwszy

standard obejmuje 2/3 długości ścieżki i cechuje się parametrami dla 1550 nm: współczynnik dyspersji chromatycznej 17 ps/nm/km, nachylenie współczynnika dyspersji chromatycznej 0,07 ps/nm<sup>2</sup>/km. Drugi standard cechuje się parametrami dla 1550 nm: współczynnik dyspersji chromatycznej 0 ps/nm/km, nachylenie współczynnika dyspersji chromatycznej 0,085 ps/nm<sup>2</sup>/km. Zastosowana wkładka optyczna wyposażona jest w laser pracujący na długości fali 1500 nm i dla tej długości fali cechuje się tolerancją na maksymalną wartość dyspersji łącznej wynoszącą 800 ps/nm. Dysponujemy modulem DCM (Dispersion Compensation Module), który możemy wyposażyć we włókno DCF (Dispersion Compensation Fiber), które cechuje się parametrami dla długości fali 1550 nm: współczynnik dyspersji chromatycznej -97 ps/nm/km, nachylenie współczynnika dyspersji chromatycznej -0,15 ps/nm<sup>2</sup>/km. Zakładamy, że charakterystyki dyspersyjne wymienionych światłowodów w funkcji długości fali są liniowe w zakresie analizy.

Jaką minimalną długość powinno mieć włókno DCF zamontowane w module DCM, które skompensuje dyspersję chromatyczną do poziomu tolerowanego przez odbiornik wkładki optycznej? Podana wartość długości włókna DCF musi być poprzedzona stosownymi obliczeniami.

### **Przykładowe rozwiązanie:**

#### **Dane:**

Długość ścieżki optycznej:	$L_{path} = 150 \text{ km}$
Proporcja długości włókna G.652 do długości ścieżki:	$p = \frac{2}{3}$
Długość optycznej fali odniesienia:	$\lambda_{ref} = 1550 \text{ nm}$
Długość fali sygnału optycznego na wyjściu wkładki:	$\lambda_0 = 1500 \text{ nm}$
Tolerancja optycznej wkładki na łączną dyspersję:	$D_{tol} = 800 \frac{\text{ps}}{\text{nm}}$
Współczynnik dyspersji chromatycznej dla ITU-T G.652:	$D_{G.652}(\lambda_{ref}) = 17 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$
Nachylenie dyspersji chromatycznej dla ITU-T G.652:	$S_{G.652}(\lambda_{ref}) = 0,07 \frac{\text{ps}}{\text{nm}^2 \cdot \text{km}}$
Współczynnik dyspersji chromatycznej dla ITU-T G.653:	$D_{G.653}(\lambda_{ref}) = 0 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$
Nachylenie dyspersji chromatycznej dla ITU-T G.653:	$S_{G.653}(\lambda_{ref}) = 0,085 \frac{\text{ps}}{\text{nm}^2 \cdot \text{km}}$
Współczynnik dyspersji chromatycznej dla DCF:	$D_{DCF}(\lambda_{ref}) = -97 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$
Nachylenie dyspersji chromatycznej dla DCF:	$S_{DCF}(\lambda_{ref}) = -0,15 \frac{\text{ps}}{\text{nm}^2 \cdot \text{km}}$

#### **Obliczenia:**

Określamy długości części ścieżki optycznej składających się ze światłowodów standardów G.652 oraz G.653:

$$L_{G.652} = L_{path} \cdot p = 150 \text{ km} \cdot \frac{2}{3} = 100 \text{ km}$$

$$L_{G.653} = L_{path} - L_{G.652} = 150 \text{ km} - 100 \text{ km} = 50 \text{ km}$$

Obliczamy łączną dyspersję dla poszczególnych części torów uwzględniając długość fali optycznego sygnału nośnego generowanego przez laser znajdujący się we wkładce:

$$D_{T_{G.652}}(\lambda_0) = L_{G.652} \left[ D_{G.652}(\lambda_{ref}) + S_{G.652}(\lambda_{ref}) \cdot [\lambda_0 - \lambda_{ref}] \right] = 1350 \frac{\text{ps}}{\text{nm}}$$

$$D_{T_{G.653}}(\lambda_0) = L_{G.653} \left[ D_{G.653}(\lambda_{ref}) + S_{G.653}(\lambda_{ref}) \cdot [\lambda_0 - \lambda_{ref}] \right] = -212,5 \frac{\text{ps}}{\text{nm}}$$

Wyznaczamy zależność wskazującą na minimalną łączną dyspersję, którą musi cechować się skonstruowany kompensator DCM na bazie światłowodu DCF:

$$D_{T_{G.652}} + D_{T_{G.653}} + D_{DCF} - D_{tol} = 0 \Rightarrow D_{T_{G.652}} + D_{T_{G.653}} - D_{tol} = -D_{DCF}$$

$$D_{DCF} = D_{tol} - D_{T_{G.652}} - D_{T_{G.653}}$$

Wyznaczamy minimalną długość włókna DCF znajdującego się w module DCM:

$$L_{DCF} \left[ D_{DCF}(\lambda_{ref}) + S_{DCF}(\lambda_{ref}) \cdot [\lambda_0 - \lambda_{ref}] \right] = D_{tol} - D_{T_{G.652}} - D_{T_{G.653}}$$

$$L_{DCF} = \frac{D_{tol} - D_{T_{G.652}} - D_{T_{G.653}}}{D_{DCF}(\lambda_{ref}) + S_{DCF}(\lambda_{ref}) \cdot [\lambda_0 - \lambda_{ref}]} \cong 3,77 \text{ km}$$

### **Odpowiedź:**

W module DCM musimy zamontować włókno DCF o minimalnej długości 3,77 km, aby łącze optyczne bazujące na ścieżce o długości 150 km z wkładkami znajdującymi się na jej końcach o tolerancji na łączną dyspersję 800 ps/nm pracowały poprawnie.

### **Zadanie 3.**

W interfejsie radiowym w częstotliwościowym kanale o szerokości 620 MHz zastosowano technikę rozpraszania widma o zysku przetwarzania wynoszącym 13 dB. W kanale tym zastosowano modulację 256-QAM na jednej nośnej oraz filtr o współczynniku kształtu (roll-off factor) wynoszącym 0,2715. Sygnał radiowy wypełnia kanał bez odstępów ochronnych.

O jakiej sprawności kodowania może być zastosowany kod nadmiarowy, jeśli do tego kanału dostarczymy strumień bitowy danych użytkownika o przepływności 155 Mb/s? Podana wartość sprawności kodowania musi być poprzedzona stosownymi obliczeniami.

### **Przykładowe rozwiązanie:**

#### **Dane:**

Częstotliwościowa szerokość kanału

$$BW = 620 \text{ MHz}$$

Zysk przetwarzania techniki rozpraszania:

$$G = 13 \text{ dB}$$

Wartościowość zastosowanej modulacji pasmowej:

$$N = 256$$

Współczynnik kształtu zastosowanej filtracji:

$$\alpha = 0,2715$$

Dostarczona przepływność bitowa:

$$R_b = 155 \text{ Mb/s}$$

#### **Obliczenia:**

Wyznaczamy współczynnik rozpraszania na podstawie zysku przetwarzania stosowanego w technice rozpraszania widma:

$$G = 10 \log_{10} SF \Rightarrow SF = 10^{\frac{G}{10}} = 10^{\frac{13 \text{ dB}}{10}} \cong 20$$

Określamy zależność na częstotliwościowe pasmo sygnału zmodulowanego poddanego filtracji filtrem o współczynniku kształtu  $\alpha$ :

$$BW = \frac{(1 + \alpha) \cdot R_b}{R_c \cdot \log_2 N} SF$$

Przekształcamy powyższą zależność:

$$R_c \cdot \log_2 N = \frac{(1 + \alpha) \cdot R_b \cdot SF}{BW} \Rightarrow R_c = \frac{(1 + \alpha) \cdot R_b \cdot SF}{BW \cdot \log_2 N}$$

$$R_c = \frac{(1 + 0,2715) \cdot 155 \cdot 2^{20} \cdot 20}{620 \cdot 10^6 \cdot \log_2 256} \cong 0,833 = \frac{5}{6}$$

### **Odpowiedź:**

Kanał częstotliwościowy o szerokości 620 MHz zostanie wypełniony sygnałem radiowym w przypadku zastosowania kodu nadmiarowego o maksymalnej sprawności kodowania 5/6.

### **Zadanie 4.**

Radiolinia pracuje z częstotliwością  $f_1$ , wykorzystując anteny paraboliczne o zysku  $G$ . Poziom odbieranego sygnału jest wystarczający by uzyskać odpowiednią stopę błędów.

Zmieniono w pewnym momencie częstotliwość pracy radiolinii do wartości  $f_2 = 2 \times f_1$ .

Określ wpływ tej zmiany na poziom odbieranego sygnału- pomijamy zwiększenie tłumienia fali w gazach atmosferycznych, zmianę wykorzystania współczynnika wykorzystania apertury anten i wpływ zmienionej strefy Fresnela.

### **Rozwiązanie**

Tłumienie wolnej przestrzeni:

$$L_{free} = 32,44 + 20 \log d + 20 \log f \text{ [dB]}$$

Gdzie:  $d$ - odległość pomiędzy antenami

$f$  – częstotliwość pracy radiolinii

W przypadku dwukrotnego zwiększenia częstotliwości tłumienie wolnej przestrzeni zwiększy się o wartość  $20 \times \log 2 = 6 \text{ dB}$ .

Zysk anteny parabolicznej wyznaczamy z zależności:

$$G[\text{dBi}] = 21,46 + 10 \log A_p + 20 \log f$$

gdzie:  $A_p$ - współczynnik wykorzystania apertury

$f$  – częstotliwość pracy radiolinii

lub

$$G \text{ [dBi]} = 17,82 + 20 \log D + 20 \log f,$$

gdzie  $D$  jest średnicą wyrażoną w m,

$f$  – częstotliwością w GHz.

**Odpowiedź:**

W przypadku dwukrotnego zwiększenia częstotliwości zysk anteny parabolicznej zwiększy się o wartość  $20 \times \log 2 = 6$  dB. Ze względu że występują w łączy radiowym dwie anteny to w ogólnym bilansie zyskujemy zwiększenie poziomu sygnału na wejściu odbiornika o 6 dB.

**Zadanie 5.**

Dla współczynnika fali stojącej  $WFS=3$  układu linii zasilającej i anteny, wyznacz moc jaka zostanie wypromieniowana przez antenę jeśli moc nadajnika wynosi 40 dBm. Pomijamy straty energii spowodowane tłumiennością linii zasilającej.

**Rozwiązanie:**

Z definicji

$$WFS = \frac{U_{max}}{U_{min}}$$

Gdzie:

$U_{max}$  – wartość maksymalna napięcia na zaciskach anteny

$U_{min}$  – wartość minimalna napięcia na zaciskach anteny

$$U_{max} = U_f + U_r ; U_{min} = U_f - U_r ;$$

Gdzie:

$U_f$  - napięcie fali docelowej

$U_r$  – napięcie fali odbitej

$$\text{Stąd } WFS = \frac{U_f + U_r}{U_f - U_r}$$

Po przekształceniu uzyskujemy

$$\frac{U_r}{U_f} = \frac{WFS - 1}{WFS + 1}$$

$$\text{Dla } WFS = 3$$

$$\frac{U_r}{U_f} = 0,5$$

Dla mocy jest to kwadrat napięć czyli

$$\frac{P_r}{P_f} = 0,25$$

$$P_r = P_f \cdot 0,25$$

$$P_r = 10 \cdot 0,25$$

$$P_r = 2,5 \text{ W}$$

$$40 \text{ dBm} = 10 \text{ W}$$

Stąd moc wypromieniowana wynosi  $P = 10 - 2,5 = 7,5 \text{ W}$

### Zadanie 6.

Dla określonej częstotliwości podłączono generator do toru symetrycznego. Siła elektromotoryczna generatora  $E = 3,1 \text{ V}$ ; rezystancja wewnętrzna  $R_w = 450 \Omega$ . Impedancja wejściowa toru  $Z_{we} = 150 \Omega$  a impedancja wyjściowa  $Z_{wyj} = 150 \Omega$ , tor ma długość  $l = 2,5 \text{ km}$  a tłumienność jednostkowa wynosi  $\alpha = 8 \text{ dB/km}$ . Podaj poziom bezwzględny napięcia na końcu toru, jeśli obciążymy go rezystancją  $150 \Omega$ .

### Rozwiązanie

Poziom napięcia na wejściu toru:

$$n_{we} = 20 \lg \frac{U_{we}}{U_o}$$

$$\text{Gdzie: } U_{we} = \frac{E \times Z_{we}}{R_w + Z_{we}} \quad U_o = 0,775 \text{ V}$$

$$U_{we} = \frac{3,1 \times 150}{150 + 450} = \frac{3,1}{4}$$

Stąd

$$n_{we} = 20 \lg \frac{U_{we}}{U_o} = 20 \lg \frac{3,1}{4 \times 0,775} = 20 \lg 1 = 0 \text{ dBu}$$

Tłumienność toru:

$$A_t = \alpha \times l = 8 \times 2,5 = 20 \text{ dB}$$

Poziom sygnału na końcu toru ( w warunkach dopasowania):

$$\underline{n = n_{we} - A_t = -20 \text{ dBu}}$$